

条件付き確率 1

【クイズ】

- (1) さいころの出目が4以上である確率を求めよ。
 (2) さいころの出目が4以上である確率を次のア～ウから選べ。
 ただし、さいころの出目は偶数であったことがわかっています。
 (ア) 1/2未満 (イ) 1/2 (ウ) 1/2より大きい

(1) はすべての生徒が答えられるでしょう。(2) は意見が割れると思います。この確率を生徒と一緒に考え、条件付き確率の理解につなげます。

(解答)

- (1) 全事象 = {1, 2, 3, 4, 5, 6}、該当事象 = {4, 5, 6}

よって、求める確率は $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

- (2) 全事象 = {2, 4, 6}、該当事象 = {4, 6} ※今回の条件での該当事象である点に注意

よって、求める確率は $\frac{2}{3}$

※確率の定義 (= $\frac{\text{該当事象の場合の数}}{\text{全事象の場合の数}}$) と同様の考えである。

※根元事象は同様に確からしいことは前提となる (古典的確率)。

【補足】条件付確率

ある事象Aが起こる条件下での、事象Bが起こる確率を $P_A(B)$ または $P(B|A)$ と書き、

$$P_A(B) (= P(B|A)) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \left(= \frac{n(A \cap B)}{n(A)} \right) \text{で表せる。}$$

- (2) の場合は、A: 出目が偶数、B: 出目が4以上 となり、

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ であるため、} \quad P_A(B) = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{2}{3} \text{ となる。}$$

- (1) を含めて図でイメージを表すと

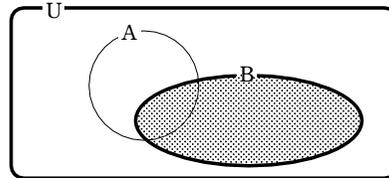
U: 全事象

A: 出目が偶数

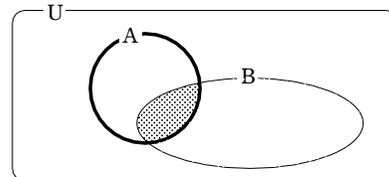
B: 出目が4以上

とすると

$$(1) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ であり、ベン図は}$$



$$(2) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{2}{3} \text{ であり、ベン図は}$$



1

さいころを2個ふる。次の確率を求めよ。

- (1) 出目の積が3の倍数である確率を求めよ。
 (2) 出目の積が偶数であったという。
 このとき、出目の積が3の倍数である確率を求めよ。

(1)

$$\text{(解1)} \quad \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

$$\text{(解2)} \quad 1 - \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \right) = \frac{5}{9}$$

(2)

A: 出目の積が偶数、B: 出目の積が3の倍数

$$\text{(解1)} \quad P_A(B) (= P(B|A)) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{(解2)} \quad P_A(B) (= P(B|A)) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{1}{3}$$

2

たかし君は、子供向けのカジノレクリエーションに来ている。

たかし君は、さいころゲームで遊ぶことにした。さいころゲームのルールは次のとおりである。

- お互いに100ペリカをかける。
- サイコロを振り、出目が偶数か奇数かをを選ぶ。
- 2にて予想が当たった方が、掛けた金額をすべてもらう。
- 時々審判が、出目の情報を教えてくれる。その審判の発言を聞いたうえで出目が偶数か奇数かをを選ぶことができる。

※「ペリカ」とは、このレクリエーションでのポイントである。

たかし君が出目を選ぶ際に、4以上か3以下のどちらを選べばよいかを考えるために次の問いを考えよう。

- (1) 1つのさいころをふる。このとき、出目が偶数である確率を求めよ。
 (2) 1つのさいころをふる。ただし、審判が「出目は4以上である」と教えてくれた。このとき、出目が偶数である確率を求めよ。

$$(1) \quad \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$(2) \quad \frac{2}{3}$$

出目が4以上なのは3通り、
 更にそのうち出目が偶数 (4以上かつ偶数) であるのは2通り)

(別解)

A: 出目が4以上

B: 出目が偶数

$$P_A(B) (= P(B|A)) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$P_A(B) (= P(B|A)) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{2}{3}$$

3

教員から提示された問いに○か×かで答えよ。

※最高得点者には「条件付き確率王」の称号が付与されます。

- (1)
 (2)
 (3)
 (4)
 (5)
 (6)
 (7)
 (8)
 (9)
 (10)

合計得点 _____ 点

※○が1点、×が0点

結果カード (出目が偶数である、出目が5以上である。など) と条件カード (出目が奇数である、出目が4以上であるなど) を作成し、答えを (ア) 1/2未満 (イ) 1/2 (ウ) 1/2より大きいから選択させます。