次の操作に従って、図を描きなさい。

$\boxed{\text{step 1}}$．適当な点Oを取り、点Oを中心とする円 O を書きなさい。

$\boxed{\text{step 2}}$．円 O に対して、円 O 上にない点Ｐを適当にとりなさい。ただし、点Ｐは円 O の内側でも外側でも良い。

$\boxed{\text{step 3}}$．点Ｐを通り、円 O と異なる2点で交わる直線を2本（直線 l と直線 l' ）を引きなさい。

$\boxed{\text{step 4}}$．直線 l と円 O との交点を A, B 、直線 l' と円 O との交点を A', B' とおきなさい。

（問）次の問いに答えよ。

（１）$PA\times PB$ ， $PA'\times PB'$ の値を求めよ。（定規を用いてよい）

$PA\times PB$ ＝__________________

$PA'\times PB'$ ＝__________________

（２）（１）の結果を踏まえて、

点Pと点 P から引いた直線と円との各交点までの距離の積の値ついて予想される性質を答えよ。

（ヒント）点 P を通る直線をもう1本（直線 l'' ）とり、円Oとの交点を A'', B'' としてみよう。

そのときの$PA''\times PB''$ の値も求めてみよう。

（３）問２の予想を証明せよ。

（おまけ）円の半径、円の中心と点の距離を求めて先生に言ってみよう！（良いことがあります！）

⑴ 各々で値は異なる（ただし、 $PA\times PB$ も $PA'\times PB'$ も同じ値になる）

⑵ 値が一定

⑶

（ｉ）円の内部に点がある場合

$\triangle PAC$ と $\triangle PDB$ において、

円周角の定理より　$\angle AA'P = \angle BB'P$　・・・ ①

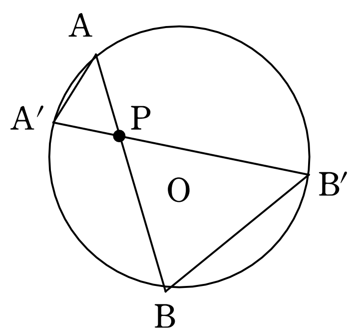
$\angle A'AP = \angle B'BP$　・・・ ①

①、②より、二角相等なので

$\triangle PAA' \backsim \triangle PBB'$

したがって、　$PA : PB' = PA' : PB$

よって、　$PA\times PB = PA'\times PB'$



（ii）円の外部に点がある場合

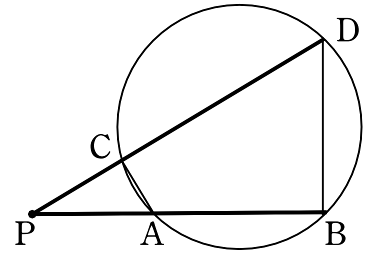
△PACと△PDBにおいて四角形ABDCは円に内接しているから

∠ACP＝∠DBP　……①　　∠CAP＝∠BDP　……②

①，②より，２組の角がそれぞれ等しいから　△PAC∽△PDB

したがって　PA：PD＝PC：PB

よって　PA×PB＝PC×PD



（おまけ）

方べきの値は OP^2-r^2 （$=(OP-r)\cdot(OP+r)$ ）となる。

（点Pを通る直線の内、円の中心をとおる直線にて方べきの定理を適用すれば明らか）

■定義（方べき）

円Oと点Pがある。点Pを通り円Oと2点A,Bで交わる直線を引いたとき、

PA･PBを円Oに関する点Pの方べきという。

※この方べきが不変であることを述べたのが「方べきの定理（＝方べき不変の法則）」である。

※方べきは点Pと円の中心Oの距離の2乗から半径の2乗を引いた値である（方べきの値の意味）。